

§ 3.14.5, Exercice 5 (nouvelle version un peu modifiée)

On considère des populations de lapins et de kangourous qui sont en compétition pour les mêmes ressources naturelles (nourriture et habitat). Les densités (nombres d'individus par *ha*) des deux espèces sont représentées par les variables $x(t)$ et $y(t)$.

En l'absence de l'autre espèce, les lapins et les kangourous se reproduisent en suivant une loi logistique. Lorsque ces deux espèces sont en compétition, leur dynamique est modifiée comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (4-x)x - 2xy \\ \frac{dy}{dt} = 3(3-y)y - 3xy \end{cases}$$

- i. Déterminez les densités \tilde{x} et \tilde{y} d'individus de chaque espèce pouvant vivre en parfait équilibre, i.e. $x(t) = \tilde{x}, y(t) = \tilde{y}, \forall t$.
- ii. Linéarisez les seconds membres des deux équations différentielles ci-dessus autour de la configuration d'équilibre et montrez que l'équilibre est instable, c'est-à-dire qu'il existe des conditions initiales qui conduisent à ce que le système s'écarte exponentiellement de la configuration d'équilibre.